

***PROUCAVANJE TECENJA POD
ISKLJUČIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMEĆAJA)***



PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA (BEZ LOKALNIH POREMECAJA)

Posmatra se pravolinijska fluidna struja u cijevi konstantnog poprečnog presjeka, bez promjene proticaja kroz vrijeme (jednoliko strujanje). Pad pijezometarske kote se moze povezati sa izgubljenom energijom pomocu energetske jednacine:

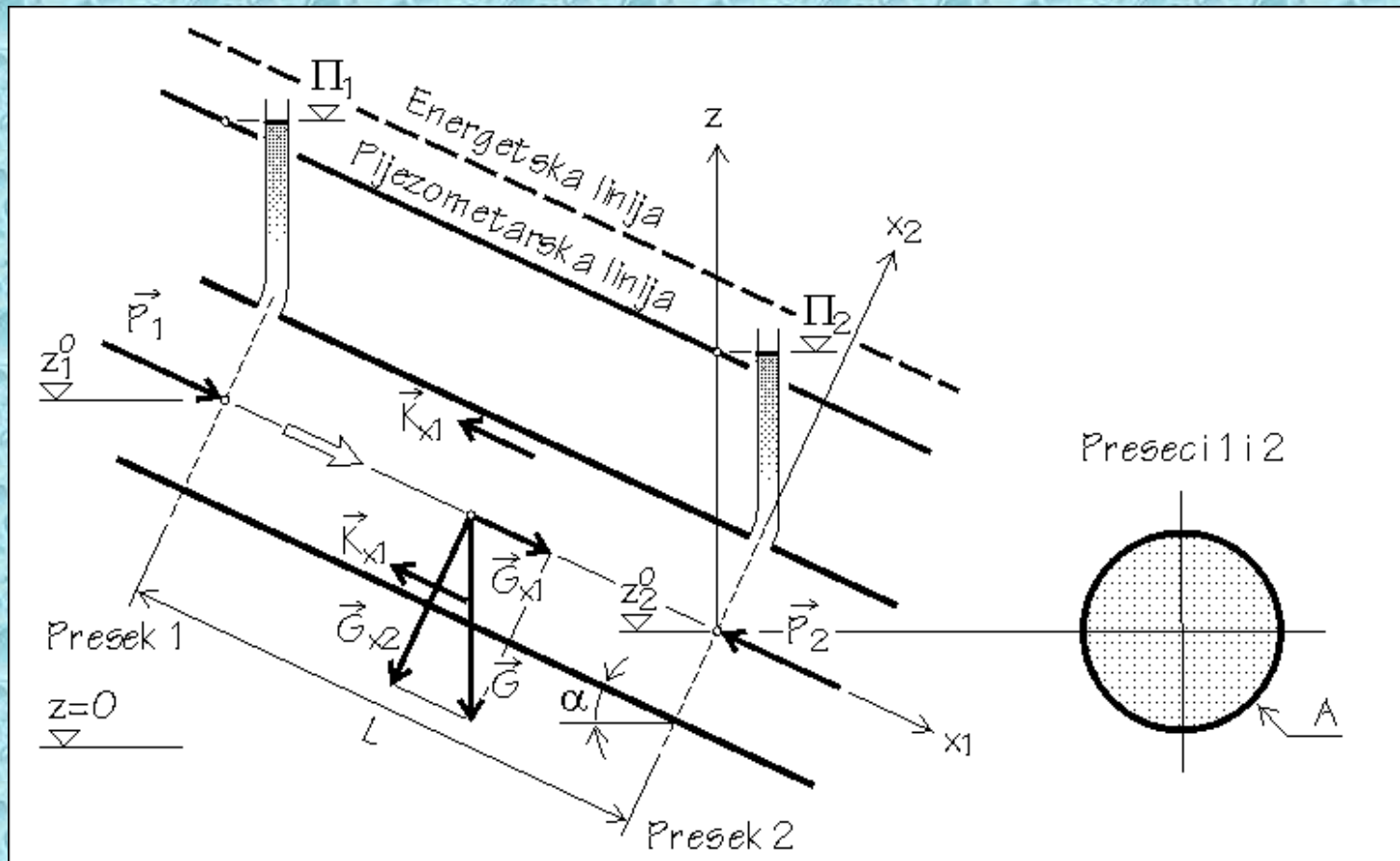
$$E_1 = E_2 + \Delta E_{1-2}$$

$$\Pi_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \Pi_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta E_{1-2}$$

Za jednoliko strujanje $V_1 = V_2$, pa se dobija sledeca veza izmedju izgubljene energije i pada pijezometarske kote:

$$\Pi_1 - \Pi_2 = \Delta E_{1-2}$$

PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA (BEZ LOKALNIH POREMECAJA)



- Energetska jednačina nam ne daje rjesenje kako se racuna gubitak energije ΔE .
- U razmatranje moramo uvesti i dinamičku jednačinu, jer su gubici energije povezani sa konturnom silom $K!!!$

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Sile koje djeluju su:
 - Sile pritiska
 - Inercijalne sile
 - Sopstvena težina
 - **Sila konture K** je sila trenja, i ona uvijek djeluje suprotno od smjera vode. Za proračun je značajna komponenta K_x po obimu cijevi

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Sve sile koje djeluju moraju biti u ravnotezi, pa pisemo dinamičku jednacinu:

$$A (p_1^0 - p_2^0) + \rho g A (z_1^0 - z_2^0) = K_x$$

Kada se gornja jednacina podjeli sa $\rho g A$, dobija se:

$$\left(\frac{p_1^0}{\rho g} - \frac{p_2^0}{\rho g} \right) + (z_1^0 - z_2^0) = \frac{K_x}{\rho g A}$$

Odnosno:

$$\Pi_1 - \Pi_2 = \frac{K_x}{\rho g A}$$

Jednacina je veza sile trenja sa razlikom (padom) pijeziometarske kote u jednolikom strujanju!

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Iz jednačine:

$$\Pi_1 - \Pi_2 = \Delta E_{1-2}$$

- I jednačine:

$$\Pi_1 - \Pi_2 = \frac{K_x}{\rho g A}$$

- Dobije se:

$$\Delta E_{1-2} = \frac{K_x}{\rho g A}$$

Jednacija pokazuje da cjelokupan gubitak energije fluidne struje odlazi na trenje.
Sila K_x je sila trenja po unutrašnjem omotacu cevi.

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

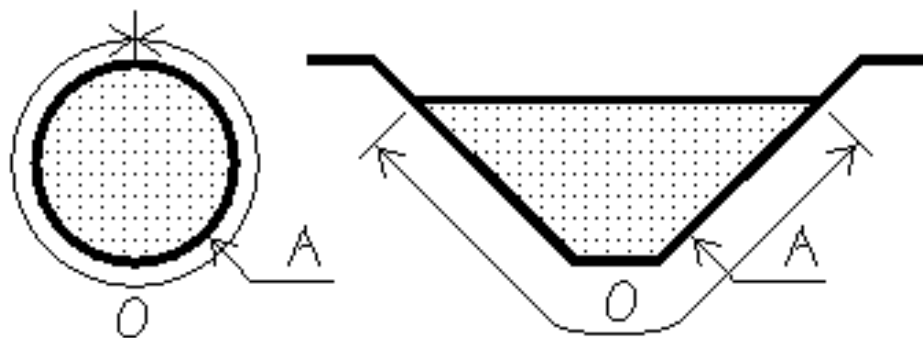
- Sila trenja je direktno srazmjerna sa unutrašnjom površinom cijevi (obim · dužina) i tangencijalnim naponom (naponom trenja):

$$K_x = \tau O L$$

O - Okvašeni obim [m]

A - Površina preseka [m^2]

R - Hidraulički radius [m]: $R = \frac{A}{O}$



*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Iz prethodne dvije jednačine slijedi:


$$\Delta E_{1-2} = \frac{\tau O L}{\rho g A}$$

- Gdje je R –hidraulički radijus:

$$R = \frac{A}{O}$$

- Pa je:

pad energije le


$$\frac{\Delta E_{1-2}}{L} = \frac{\tau}{\rho g R}$$

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Kod jednolikog strujanja ($A_1 = A_2$, $V_1 = V_2$) nagib linije energije je isti kao nagib pijeziometarske linije $I_e = I_{\Pi}$.

$$I_e = I_{\Pi} = \frac{\tau}{\rho g R} = \text{const.}$$

U slučaju kada se ne znaju ni nagib pijeziometarske linije ni vrijednost tangencijalnog napona, uspostavlja se veza između tangencijalnog napona τ i brzine,

jer je sigurno da τ nije isti za različite brzine.

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Uspostavlja se veza izmedju tangencijalnog napona τ , koji ima dimenziju pritiska, i zaustavnog pritiska za srednju profilsku brzinu V :

Zaustavni pritisak:

$$\Delta p_u = \frac{1}{2} \rho u_2^2$$

Tangencijalni napon:

$$\tau = C_\tau \cdot \frac{1}{2} \rho V^2$$

C_τ je koeficijent

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

$$C_{\tau} = \frac{\tau}{2\rho V^2} = \frac{\tau}{\rho g \frac{V^2}{2g}}$$

povećanje pritiska u slučaju naglog
zaustavljanja brzine fluida

C_{τ} je koeficijent i nema dimenziju !

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Iz jednačine:

$$I_e = I_{\Pi} = \frac{\tau}{\rho g R} = \text{const.}$$

- I jednačine:

$$\tau = C_{\tau} \cdot \frac{1}{2} \rho V^2$$

- Slijedi:

$$I_e = I_{\Pi} = \frac{C_{\tau} \frac{1}{2} \rho V^2}{\rho g R} = C_{\tau} \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{1}{R}$$

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Koliko je R za cijev kružnog poprečnog presjeka?

$$R = \frac{A}{O} = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{1}{D \pi} = \frac{D}{4}$$

- Pa je:

$$I_e = I_{II} = 4 \cdot C_{\tau} \cdot \frac{V^2}{2gD} = \lambda \frac{1}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Darsijev koeficijent trenja

*PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA
(BEZ LOKALNIH POREMECAJA)*

- Na osnovu gore izvedenog, gubici energije u kruznoj cijevi mogu se izracunati kao:

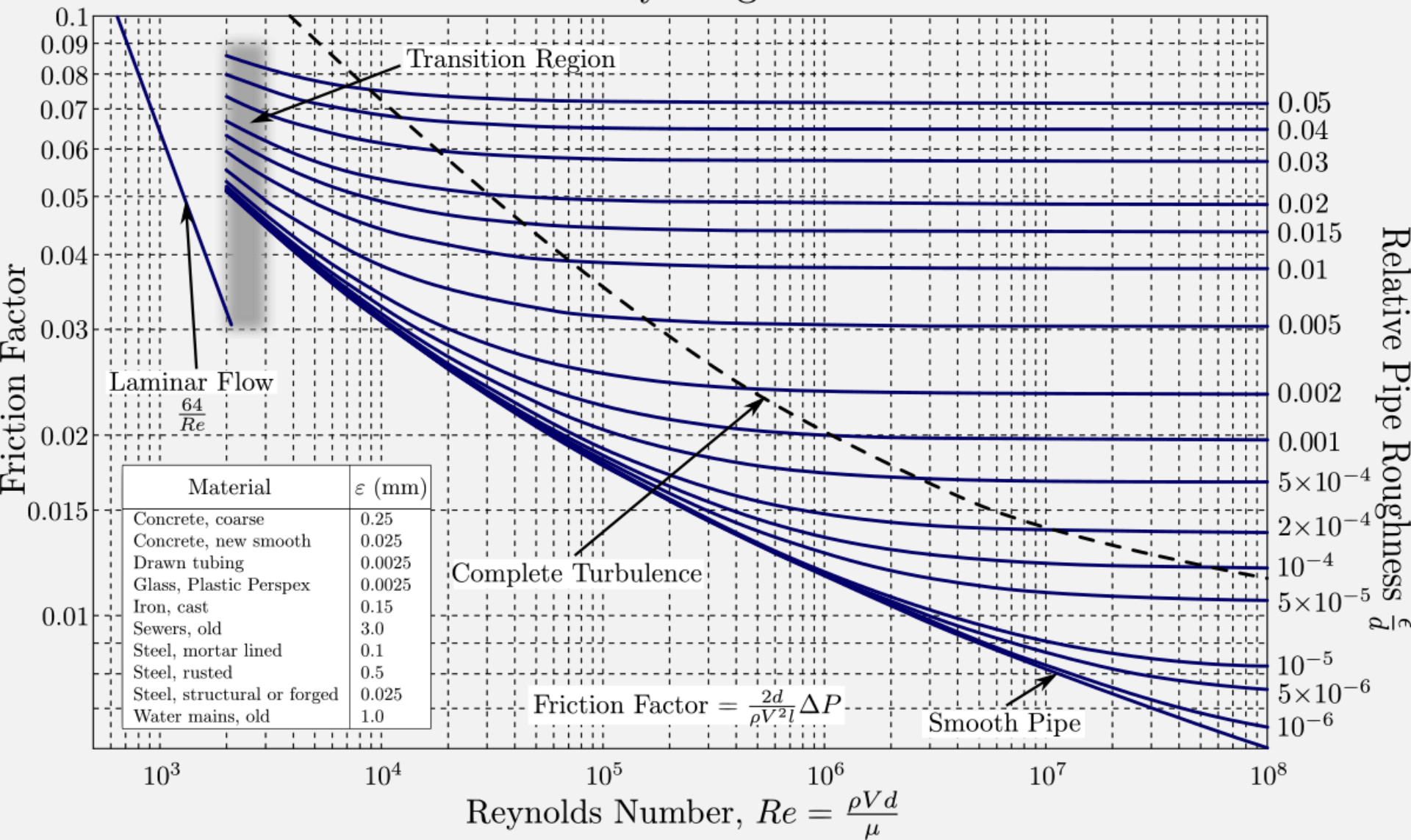
$$I_e = \frac{\Delta E}{L} = \lambda \frac{1}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$\Delta E_{izg} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Darcy-Weisbach-ova jednačinu za proračun gubitka energije na trenje

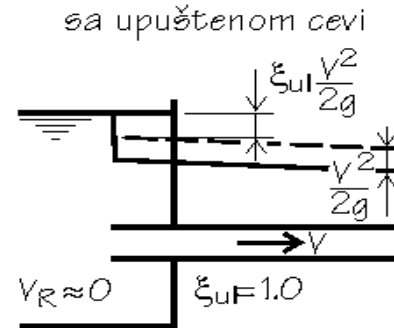
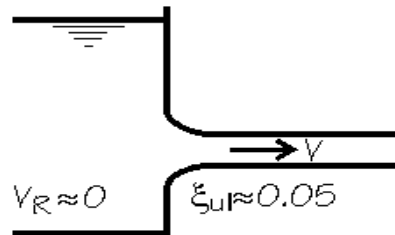
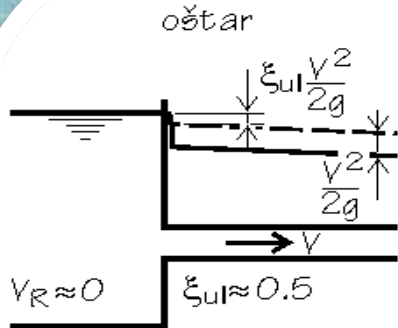
PROUCAVANJE TECENJA POD ISKLJUCIVIM UTICAJEM TRENJA (BEZ LOKALNIH POREMECAJA)

Moody Diagram

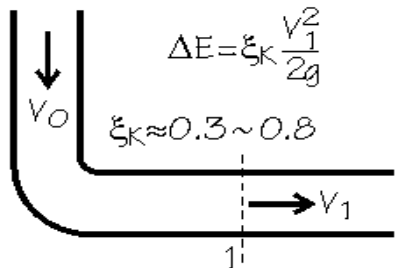


LOKALNI GUBICI ENERGIJE

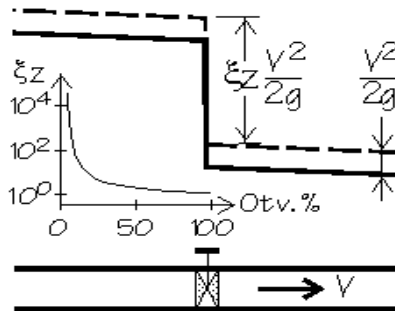
Prelaz iz rezervoara u cev
oštari zaobljeni



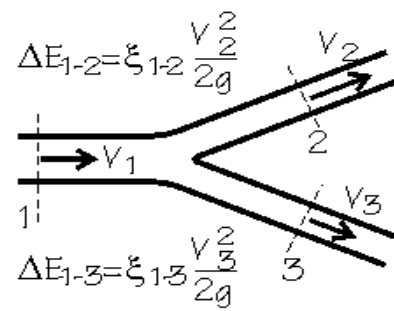
Krivina



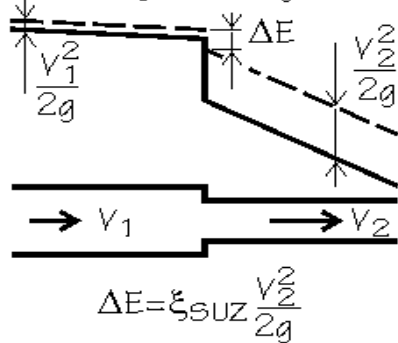
Zatvarač



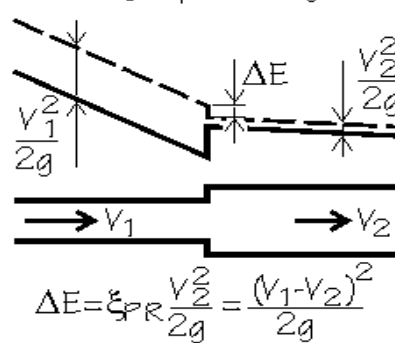
Račva



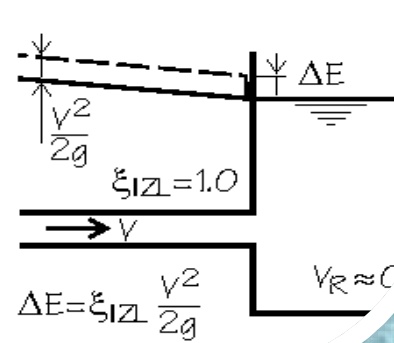
Naglo suženje



Naglo proširenje



Ulazak u rezervoar



- Naponema: Prezenacija sadrži opise i slike koji su preuzeti iz udžbenika *Mehanika fluida za studente Građevinskog fakulteta-D.* Prodanović